

# 幾何学期末試験問題

学籍番号

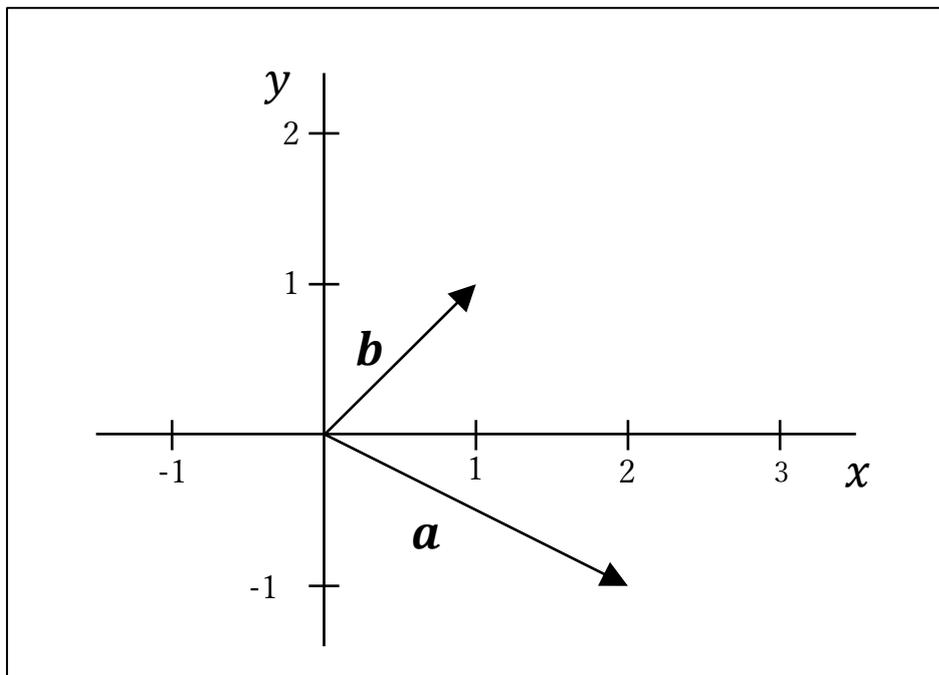
氏名

幾何学期末試験問題

以下の問いに答えてください (各2点)

1. 図のベクトルの成分を書き下してください。

$\mathbf{a} = (2, -1), \mathbf{b} = (1, 1)$

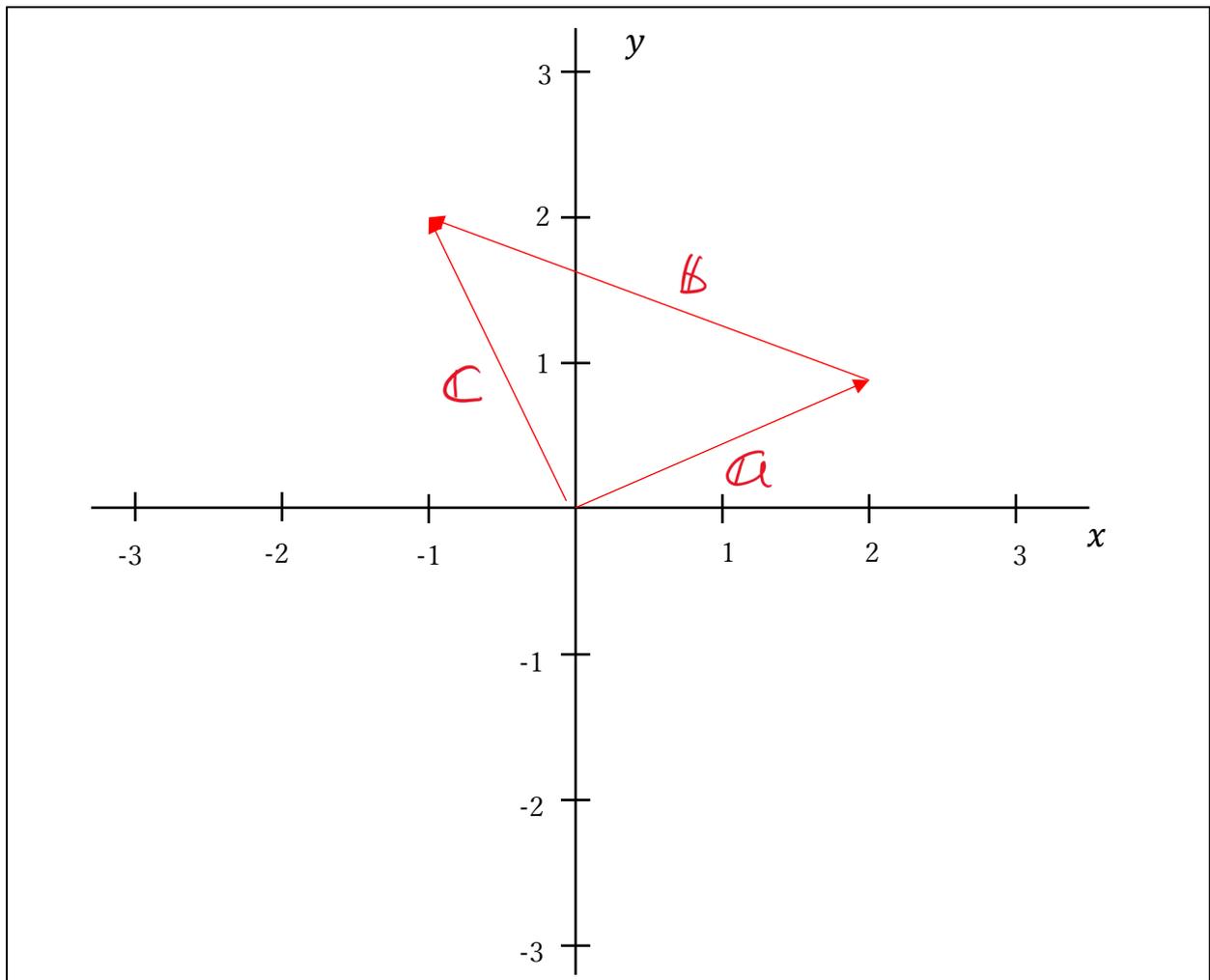


2.  $\mathbf{c} = (1, 5)$ の大きさを平方根を含む形で求めてください。

$|\mathbf{c}| = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$

幾何学期末試験問題

3.  $\mathbf{a} = (2,1)$ ,  $\mathbf{b} = (-3,1)$ としたときの、 $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ の図を描いてください。

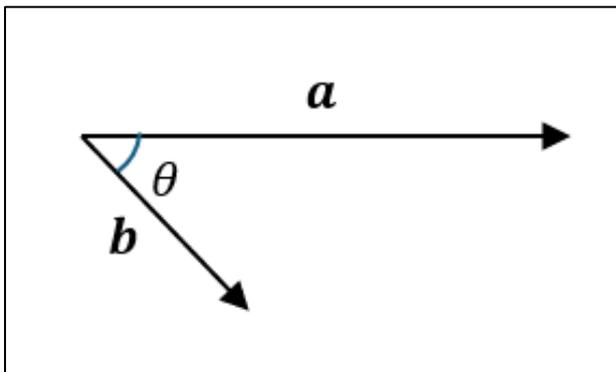


幾何学期末試験問題

4.  $\mathbf{a} = (2,1)$ ,  $\mathbf{b} = (3,-1)$ としたときの $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ の内積を求めてください。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2 \times 3 + 1 \times (-1) = 6 - 1 = 5$$

5. 下図の位置関係にある平面ベクトル $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ の外積について、正しいものの記号に○をつけてください。



- ア. 正である      イ. 0 である      ウ. 負である

6. 平面ベクトル  $\mathbf{a} = (3,1)$ ,  $\mathbf{b} = (2,1)$  について、 $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ の外積を求めてください。

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = 3 \times 1 - 1 \times 2 = 3 - 2 = 1$$

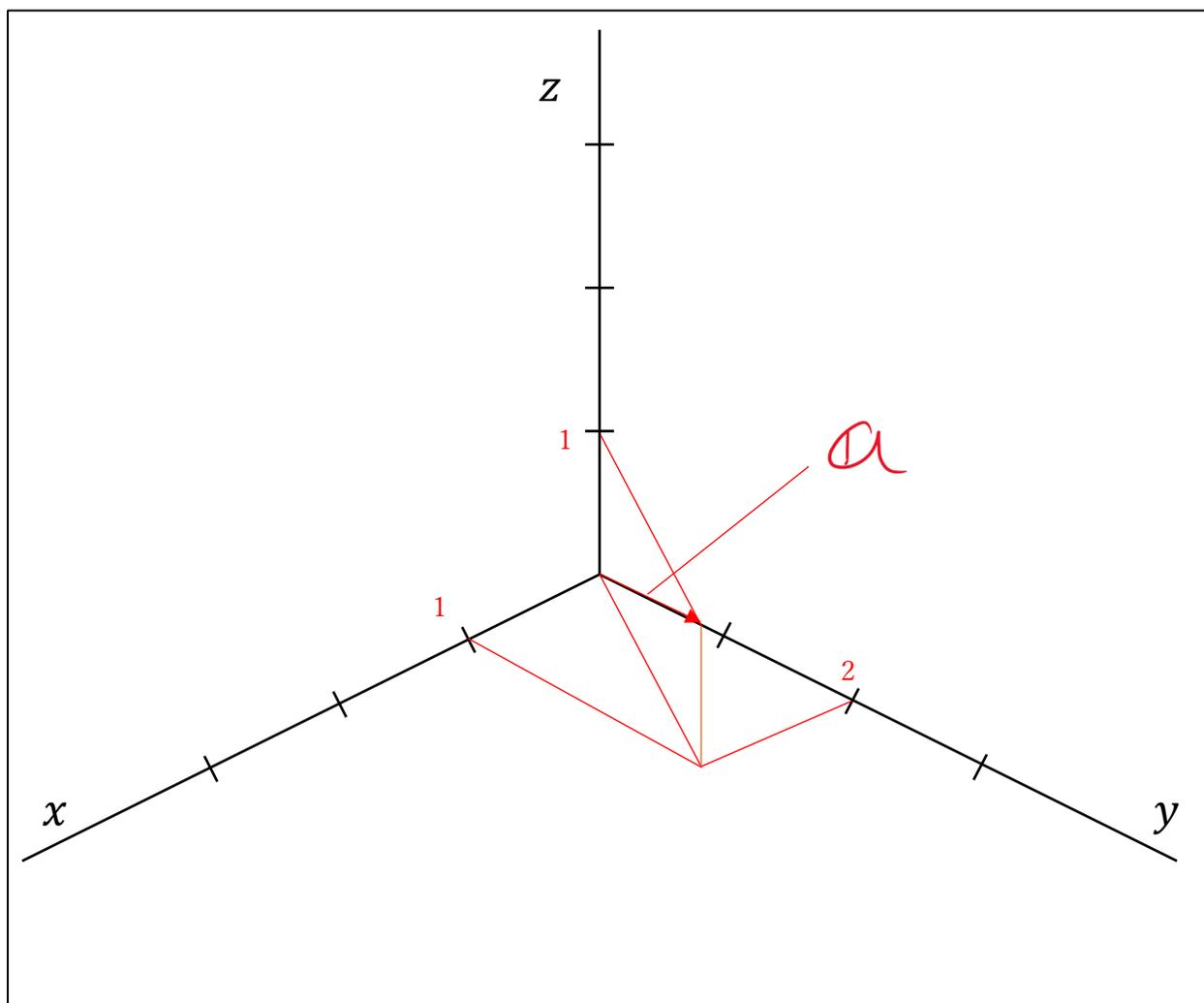
幾何学期末試験問題

7. ある頂点から隣り合う頂点に向かうベクトルが  $\mathbf{a} = (3,2)$ ,  $\mathbf{b} = (4,1)$  である平行四辺形の面積を求めてください。

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = 3 \times 1 - 2 \times 4 = 3 - 8 = -5$$

$$s = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = 5$$

8. 空間ベクトル  $\mathbf{a} = (1,2,1)$  の図を描いてください。



幾何学期末試験問題

9. 空間ベクトル  $\mathbf{a} = (1, 1, -3)$  の大きさを平方根を含む形で求めてください。

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 1 + 9} = \sqrt{11}$$

10.  $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -1, 3)$  としたときの  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  の内積を求めてください。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1 \times 2 + 2 \times (-1) + 1 \times 3 = 2 - 2 + 3 = 3$$

11.  $\mathbf{a} = (4, 1, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 0, 3)$  としたときの  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  の外積を求めてください。

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \times \mathbf{b} &= (1 \times 3 - 2 \times 0, 2 \times 1 - 4 \times 3, 4 \times 0 - 1 \times 1) \\ &= (3, -10, -1) \end{aligned}$$

幾何学期末試験問題

12. カメラからポリゴンに向かうベクトルが  $\mathbf{a} = (5,1,3)$ , ポリゴンの法線ベクトルが  $\mathbf{b} = (0,2,3)$  としたとき、ポリゴンを描画すべきかどうかを判定してください。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 5 \times 0 + 1 \times 2 + 3 \times 3 = 0 + 2 + 9 = 11$$

よって描画する必要はない

13.  $\mathbf{a} = (3,1,0)$ ,  $\mathbf{b} = (2,1,-1)$ ,  $\mathbf{c} = (3,1,1)$  としたときの  $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$  を求めてください。

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (1 \times (-1) - 0 \times 1, 0 \times 2 - 3 \times (-1), 3 \times 1 - 1 \times 2) = (-1, 3, 1)$$
$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = -1 \times 3 + 3 \times 1 + 1 \times 1 = -3 + 3 + 1 = 1$$

14.  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  のとき、 $\mathbf{A} + \mathbf{B}$  を求めて下さい。

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3+2 & 0+1 \\ 1+3 & 2+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

幾何学期末試験問題

15.  $x$ 軸を中心として反時計まわりに  $\phi$  回転させた後で、 $z$ 軸を中心として反時計まわりに  $\theta$  回転させる処理を行う行列を求めてください。

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi \\ \sin \theta & \cos \theta \cos \phi & -\cos \theta \sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

16. 座標  $(1,0,-2)$  にある点を  $x,y,z$  方向に  $(2,1,3)$  移動させ、 $z$ 軸を中心に反時計まわりに  $90^\circ$  回転させたときの移動先の点の座標を求めてください。

平行移動での移動先の座標は  $(1+2, 0+1, -2+3) = (3,1,1)$  になる。

回転は 3 行 3 列の回転行列  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  で表されるので、

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ より、移動先の座標は } (-1,3,1) \text{ になる。}$$

幾何学期末試験問題

17.  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  のとき、 $A$  の逆行列を求めてください。

$$|A| = 3 \times 1 - 2 \times 1 = 3 - 2 = 1$$

なので

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$