

幾何学期末試験模擬問題

学籍番号 _____

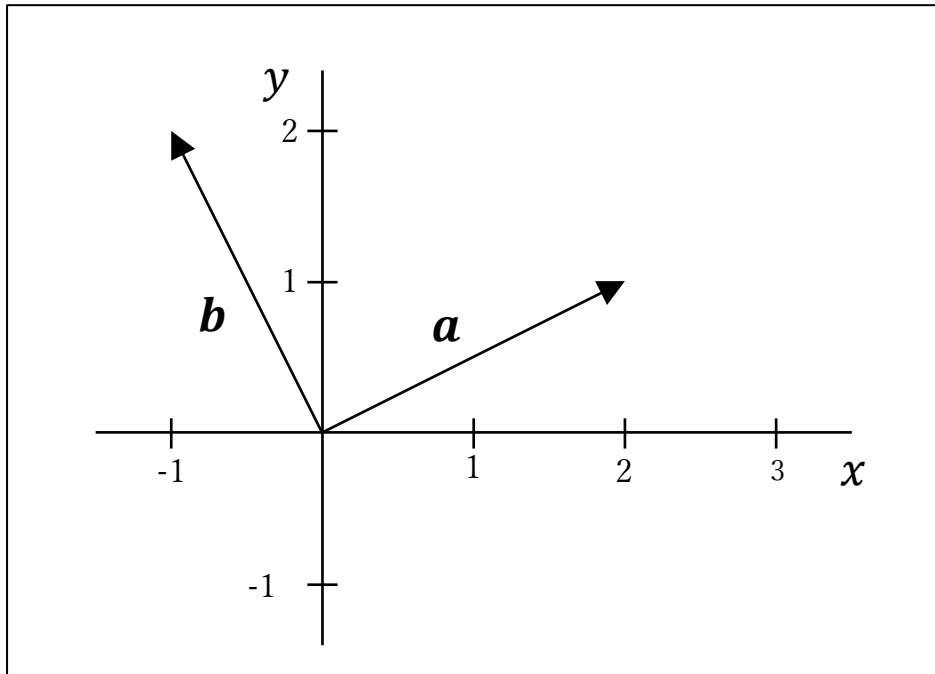
氏名 _____

期末試験模擬問題

以下の問いに答えてください (各 2 点)

1. 図のベクトルの成分を書き下してください。

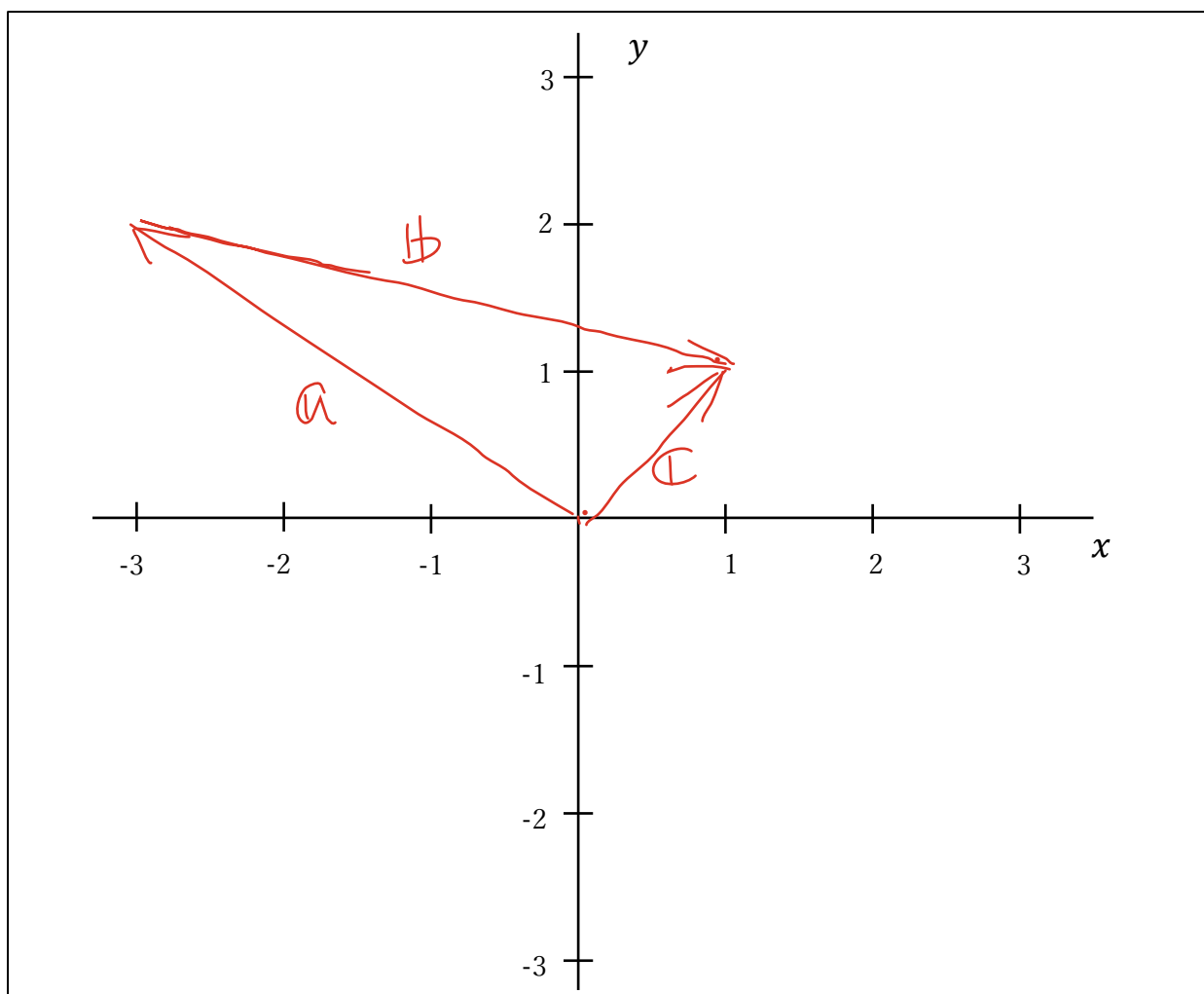
$\underline{a = (2, 1), b = (-1, 2)}$



2. $c = (3,1)$ の大きさを平方根を含む形で求めてください。

$$\begin{aligned} |c| &= \sqrt{3^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{9 + 1} \\ &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

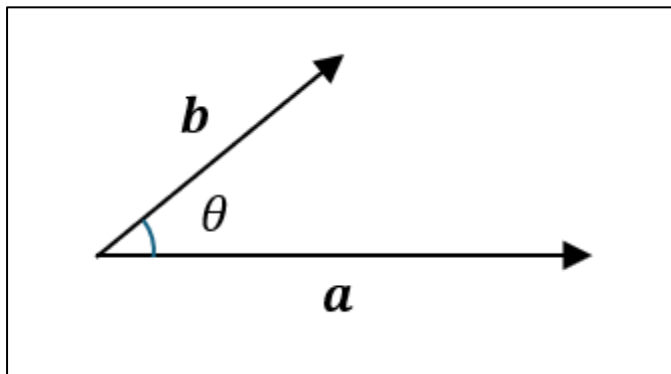
3. $\mathbf{a} = (-3, 2)$, $\mathbf{b} = (4, -1)$ としたときの、 $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ の図を描いてください。



4. $\mathbf{a} = (5, 3)$, $\mathbf{b} = (2, -1)$ としたときの $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ の内積を求めてください。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 5 \times 2 + 3 \times (-1) = 10 - 3 = 7$$

5. 下図の位置関係にある平面ベクトル $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ の外積について、正しいものの記号に○をつけてください。



ア. 正である

イ. 0 である

ウ. 負である

6. 平面ベクトル $\mathbf{a} = (5, 3)$, $\mathbf{b} = (2, -1)$ について、 $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ の外積を求めてください。

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = 5 \times (-1) - 3 \times 2 = -5 - 6 = -11$$

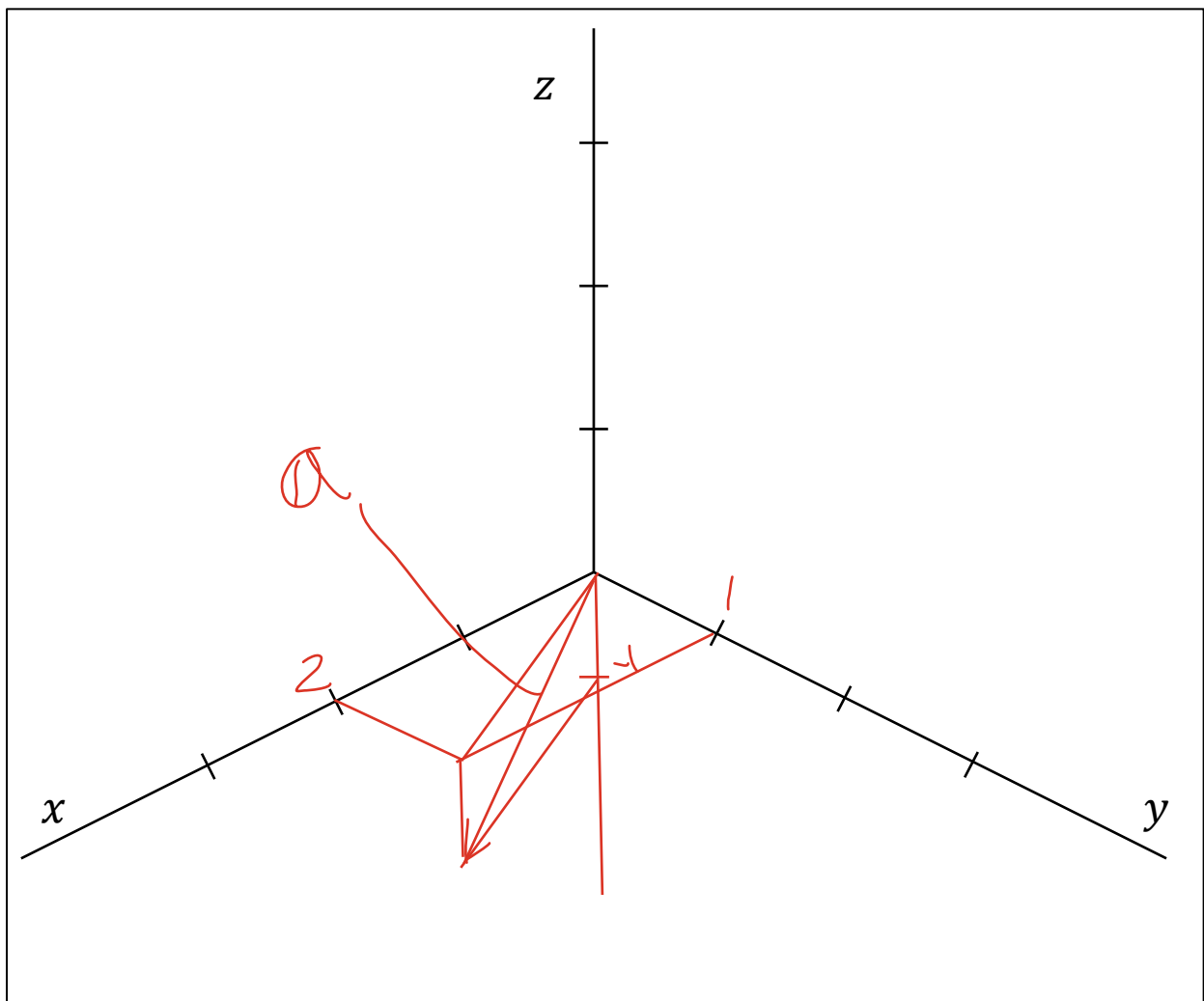
期末試験模擬問題

7. ある頂点から隣り合う頂点に向かうベクトルが $\mathbf{a} = (3,1)$, $\mathbf{b} = (5,2)$ である平行四辺形の面積を求めてください。

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = 3 \times 2 - 1 \times 5 = 6 - 5 = 1$$

$$S = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = 1$$

8. 空間ベクトル $\mathbf{a} = (2,1,-1)$ の図を描いてください。



9. 空間ベクトル $\mathbf{a} = (2, 1, -1)$ の大きさを平方根を含む形で求めてください。

$$\begin{aligned} |\mathbf{a}| &= \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{4 + 1 + 1} \\ &= \sqrt{6} \end{aligned}$$

10. $\mathbf{a} = (5, 3, 1)$, $\mathbf{b} = (2, -1, 5)$ としたときの $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ の内積を求めてください。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 5 \times 2 + 3 \times (-1) + 1 \times 5 = 10 - 3 + 5 = 12$$

11. $\mathbf{a} = (1, 5, 2)$, $\mathbf{b} = (0, -1, 2)$ としたときの $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ の外積を求めてください。

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \times \mathbf{b} &= (5 \times 2 - 2 \times (-1), 2 \times 0 - 1 \times 2, 1 \times (-1) - 5 \times 0) \\ &= (10 + 2, -2, -1) \\ &= (12, -2, -1) \end{aligned}$$

期末試験模擬問題

12. カメラからポリゴンに向かうベクトルが $\mathbf{a} = (3, 1, -2)$, ポリゴンの法線ベクトルが $\mathbf{b} = (1, 0, 2)$ としたとき、ポリゴンを描画すべきかどうかを判定してください。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 3 \times 1 + 1 \times 0 + (-2) \times 2 = 3 - 4 = -1$$

よって描画すべき

13. $\mathbf{a} = (0, 1, 2)$, $\mathbf{b} = (1, 2, 0)$, $\mathbf{c} = (1, 3, 1)$ としたときの $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ を求めてください。

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (1 \times 0 - 2 \times 2, 2 \times 1 - 0 \times 0, 0 \times 2 - 1 \times 1) = (-4, 2, -1)$$

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = -4 \times 1 + 2 \times 3 - 1 \times 1 = -4 + 6 - 1 = 1$$

14. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ のとき、 $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ を求めて下さい。

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1-2 & 3+0 \\ 2+1 & 0+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

15. z 軸を中心として反時計まわりに θ 回転させた後で、 y 軸を中心として反時計まわりに ψ 回転させる処理を行う行列を求めてください。

$$\begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \Theta & -\cos \psi \sin \Theta & \sin \psi \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ -\sin \psi \cos \Theta & \sin \psi \sin \Theta & \cos \psi \end{pmatrix}$$

16. 座標 $(3, 1, -2)$ にある点を x, y, z 方向に $(-2, 1, 3)$ 移動させ、 y 軸を中心に反時計まわりに 90° 回転させたときの移動先の点の座標を求めてください。

平行移動での移動先の座標は $(3-2, 1+1, -2+3) = (1, 2, 1)$ になる。

回転は3行3列の回転行列

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \text{より}$$

で表されるので、

移動先の座標は $(1, 2, -1)$ になる。

17. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ のとき、 A の逆行列を求めてください。

$$|A| = 1 \times 2 - 3 \times 4 = 2 - 12 = -10$$

なので、

$$A^{-1} = -\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$